



1 / 4

2021年2月2日

数学2及び演習

行列

問1

次の行列の固有値と固有ベクトルを求めよ。計算過程を必ず示せ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

問2

次の行列式の値を求めよ。計算過程を必ず示せ。

$$D = \begin{vmatrix} 1 & \sin x & \cos x \\ 0 & \cos x & -\sin x \\ 0 & -\sin x & -\cos x \end{vmatrix}$$

問3

次の方程式は、シクロブタジエンのヒュッケルの分子軌道法による永年方程式である。この式を満たす  $x$  の値を求めよ。計算過程を必ず示せ。

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 0 & 1 \\ 1 & x & 1 & 0 \\ 0 & 1 & x & 1 \\ 1 & 0 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$$

問4

次の行列を対角化せよ。計算過程を必ず示せ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2021年2月2日

数学2及び演習

フーリエ級数・フーリエ変換・古典的波動方程式

問5 以下の問いに答えよ。

- (1) 下記は、関数  $f(t)$  のフーリエ級数およびフーリエ変換対の式である。〔ア〕～〔オ〕の空欄に当てはまる適切な数式を答えよ。なお、 $\omega_0$  は基本角周波数を表す。

$$f(t) = \frac{a_0}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t), \quad (n = 1, 2, \dots)$$





2021年2月2日

## 数学2及び演習

## フーリエ級数・フーリエ変換・古典的波動方程式

問5 以下の問いに答えよ。

- (1) 下記は、関数 $f(t)$ のフーリエ級数およびフーリエ変換対の式である。 $(ア) \sim (オ)$ の空欄に当てはまる適切な数式を答えよ。なお、 $\omega_0$ は基本角周波数を表す。

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t), \quad (n = 1, 2, \dots)$$

$$a_0 = \boxed{(ア)}, \quad a_n = \boxed{(イ)}, \quad b_n = \boxed{(ウ)},$$

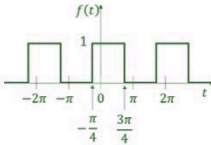
$$F(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] = \boxed{(エ)}$$

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] = \boxed{(オ)}$$

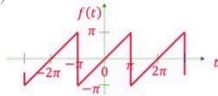
- (2) フーリエ級数が関数 $f$ に収束する条件について、歴史的にはJoseph Fourierと関係のある人物の名前がついている。その人物のFamily nameを答えよ。
- (3) 時間領域のデルタ関数 $\delta(t)$ をフーリエ変換した周波数スペクトルのグラフを図示せよ。縦軸、横軸には変数等をわかりやすく示すこと。

問6 以下の周期関数 $f(t)$ をフーリエ級数展開し、フーリエ係数の式を求めよ。導出過程も示せ。

- (1)

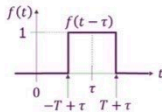


- (2)

問7 以下の関数 $f(t)$ を、問5の解答に基づきフーリエ変換した式を求めよ。導出過程も示せ。

- (1)  $f(t) = \exp(-a|t|), \quad a > 0$  (2)

(注意：解答にはグラフも図示せよ。)

問8 古典的波動方程式において、周期 $2L$ の定在波

$$u(x, t) = \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \cos\left(\frac{n\pi c}{L}t\right), \quad (n = 1, 2, \dots; \quad c > 0)$$

は、 $x$ 軸に沿って、同じ速さ $c$ で反対向きに進む二つの進行波に分解できることを示せ。

2021年2月2日

## 数学2及び演習

## 確率・統計学

問9. ある病気の検査方法では病気になった人の95%が陽性反応を示す。ただし、病気でない人も7%が陽性反応を示してしまう。ある地方では、この病気にかかっている人の割合が20%であった。その地方で無作為に被験者を一人選んだとする。次の各問を答えよ。なお、答は約分した





3/4

2021年2月2日

数学2及び演習

確率・統計学

問9. ある病気の検査方法では病気になった人の95%が陽性反応を示す。ただし、病気でない人も7%が陽性反応を示してしまう。ある地方では、この病気にかかっている人の割合が20%であった。その地方で無作為に被験者を一人選んだとする。次の各問を答えよ。なお、答は約分した分数で答えること(小数は使わないこと)。答には導出過程も書くこと。

- (1) 被験者が病気である事前確率を答えよ。
- (2) 被験者が陽性反応を示す周辺尤度を答えよ。
- (3) この被験者が陽性反応を示したとき、病気である確率を答えよ。

問10. ナノ結晶構造の合成実験を行い、電子顕微鏡で結晶のサイズ(nm)を確認したところ、以下のデータが得られた。このデータの平均値は3.264、標準偏差は0.233である。次の各問を答えよ。(3)以外の答は少数を使い、少数点第4位を四捨五入すること。また、計算式も書くこと。

3.62 2.94 3.33 3.52 2.88 3.11 3.31 3.28 3.50 3.15

- (1) 不偏分散を計算せよ。計算式も書くこと。
- (2) 平均値の標準偏差 $\sigma_x$ を予測せよ。計算式も書くこと。
- (3) 合成された結晶サイズの誤差を99.8%の信頼度で計算し、測定値を $3.26 \pm \square.\square\square$  nm という書式で答えよ。計算に必要なら次ページの表の数値を用いること。

問11. 次の統計学に関する記述では下線部分が間違えている。間違えている箇所を訂正して正しい文章にせよ。

- (1) 中心極限定理によると、母集団のデータ分布がどのような分布だとしても、そこから無作為抽出をした標本の分布は正規分布になる。
- (2) データ $X$ とデータ $Y$ の決定係数(相関係数の二乗)は、データ間に原因と結果の関係が成立するほど1に近くなり、成立しなくなると0に近くなる。
- (3) ある製品はパーツAが8個とパーツBが2個で作られている。パーツAとBの不良率は正規分布に従い、標準偏差はそれぞれ $\sigma_A$ と $\sigma_B$ である。正規分布には再生性が成立するので、製品の不良率の標準偏差は $0.8\sigma_A + 0.2\sigma_B$ で計算できる。

問12. ある工場で生産する製品には1000個に2個の割合で不良品が出る。この工場で生産した製品100個を箱詰めにしたとき、次の各問の確率を計算せよ。答は少数を使い、少数点第4位を四捨五入すること。また、計算式も書くこと。

- (1) 箱の中に不良品が1個も入っていない確率を二項分布を用いて計算せよ。
- (2) 上記の不良品の出る確率は非常に小さいので二項分布の近似にポアソン分布が使える。箱の中に不良品が1個も入っていない確率をポアソン分布を用いて計算せよ。
- (3) 箱の中に不良品が2個以上入っている確率をポアソン分布を用いて計算せよ。

## 標準正規分布の逆分布表

$$P(0 \leq Z \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \alpha \text{となる } z \text{ の値}$$

